

0.1. Кузьмин В.В. Численные методы решения вариационных задач с учётом смешанных граничных условий Неймана в нелинейной теории упругости

Современная механика материалов и конструкций сталкивается с увеличением сложности и разнообразия вариационных задач, особенно в рамках нелинейной теории упругости. Исследование таких задач является крайне важным для различных областей, включая инженерию, геотехнику и биомеханику. Численные методы играют ключевую роль в решении данных задач, позволяя получить приближенные решения для сложных геометрий.

Были проведены исследования методов численного анализа, применяемых для решения сложных вариационных задач, возникающих в контексте нелинейной теории упругости, а именно, рассматривалась вариационная задача на минимум функционала запасенной энергии в рамках нелинейной теории упругости с учетом допустимых деформаций [1, 2].

В частности, были реализованы в программном коде и протестированы алгоритмы минимизации функционала запасенной энергии с учетом моделирования допустимых деформаций смешанных граничных условий типа Дирихле и типа Неймана в классе липшицевых отображений с целью возможности задания на границах потока напряжения. В данном случае для моделей нелинейной теории упругости граничные условия Неймана определяются согласно формуле:

$$\Phi(\varphi) = \int_{\Omega} W(x, \varphi(x), D\varphi(x)) dx + \int_{\Omega} \langle g(x), \varphi(x) \rangle dx$$

где $\Phi(\varphi)$ - функционал запасенной энергии, W - непрерывная положительная функция, задающая модель гиперупругого материала, $\varphi(x)$ - отображение и $g(x)$ - вектор потока напряжения на границе. Также были рассмотрены вопросы обоснования решения данных задач представленными алгоритмами. А именно доказано, что построенные объекты с использованием триангуляции Делоне полигональной области в классе кусочно-линейных невырожденных отображений образуют минимизирующую последовательность для функционала запасенной энергии [3].

Работа выполнена при поддержке Математического центра в Академгородке, соглашение с Министерством науки и высшего образования Российской Федерации № 075-15-2025-349 от 29.04.2025.

Научный руководитель — д.ф.-м.н. Клячин В. А.

Список литературы

[1] Клячин В. А., Кузьмин В. В., Хижнякова Е. В. Метод триангуляции для приближенного решения вариационных задач нелинейной теории упругости // Известия Иркутского государственного университета. Серия Математика. 2023. Т. 45. С. 54–76.

[2] Кузьмин В. В. Расчет 3D формы гиперупругого тела для моделей нелинейной теории упругости методом Ньютона // Математическая физика и компьютерное моделирование. 2024. Т. 27. № 2. С. 80–91.

[3] Клячин В. А., Кузьмин В. В. О существовании приближенных решений вариационных задач в нелинейной теории упругости // Известия Иркутского государственного университета. Серия Математика. 2025. Т. 53. С. 51–68.