ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ИСТОЧНИКА В ПСЕВДОПАРАБОЛИЧЕСКОМ УРАВНЕНИИ С ДРОБНЫМИ ПО ВРЕМЕНИ ПРОИЗВОДНЫМИ

Аблабеков Б.С., Аблабекова А.Б.
Кыргызский национальный университет имени Ж.Баласагына, Бишкек
ablabekov_63@mail.ru

В области Ω_T рассмотрим начально-краевую задачу

$$D_t^\alpha u - D_t^\alpha u_{xx} - u_{xx} = f(t)h(x,t), \ (x,t) \in \Omega_T, \tag{1}$$

$$u(x,0) = \varphi(x), \quad 0 \le x \le l, \tag{2}$$

$$u(0,t) = 0, \ u(l,t) = 0, \quad 0 \le t \le T. \tag{3}$$

где $\Omega_T = \{(x,t): \ 0 < x < l, \ 0 < t \le T\}$, $\varphi(x)$, $f(x,t)$ - заданные функции. Здесь D_t^α - дробная производная Капуто порядка α $(0 < \alpha \le 1)$.

Найти пару функций $\{u(x,t), q(t)\} \in C(\bar{\Omega}_T) \cap C^{(2,\alpha)}(\Omega_T) \times C[0,T]$, если относительно решения прямой задачи (1) - (3) известна дополнительная информация

$$u(x_0,t) = \psi(t), \ \ 0 < x_0 < \pi, \quad 0 \le t \le T, \tag{4}$$

где $\psi(t)$ - заданная функция. Обозначим через $C^{(k,\alpha)}(\Omega_T)$ класс функций, k раз непрерывно дифференцируемые по в области Ω_T , для которых существует непрерывная производная D_t^α.

Теорема. Пусть выполнены следующие условия:

1) $\varphi(x) \in C^4[0,l]$, $\varphi(0) = \varphi(l) = 0$, $\varphi''(0) = \varphi''(l) = 0$;

2) $h(x,t) \in C^{(1,0)}(\bar{\Omega}_T)$, $|h(x_0,t)| \ge h_0 > 0$, $h(0,t) = h(l,t) = 0$, $h_0 = const$;

3) $\psi(t) \in C^1[0,T]$, $\psi(0) = \varphi(x_0)$.

Тогда существует единственное решение обратной задачи (1) - (4) в области Ω_{T^*}.