А.Л.Резник, О.И.Потатуркин, А.А.Соловьев

Разработка высокоскоростных программных алгоритмов для выявления локальных аномалий в наблюдаемых точечных изображениях

Институт автоматики и электрометрии Сибирского отделения РАН

Задачи, требующие применения высокоскоростных программных алгоритмов для выявления локальных аномалий

Аэрокосмические задачи обнаружения и отслеживания траекторий малоразмерных и слабоконтрастных объектов на поверхности Земли	**Диагностическая обработка биомедицинских и томографических изображений**	**Задачи астрофизики (в частности, исследование барстеров – вспыхивающих галактических рентгеновских источников)**	**Задачи технической диагностики, возникающие в системах с перемежающейся дисциплиной отказов**	**Задачи регистрации ядерных частиц с помощью счетчиков, обладающих «мертвым» временем**

Разработка программ компьютерной алгебры для нахождения частных решений задачи

$$P_{n,k}(\varepsilon) = n!\int\ldots\int 1[x_1]\times 1[x_2 - x_1]\times\ldots\times 1[x_n - x_{n-1}]\times 1[1 - x_n]\times 1[x_{k+1} - x_1 - \varepsilon]\times$$

$$\times 1[x_{k+2} - x_2 - \varepsilon]\times\ldots\times 1[x_n - x_{n-k} - \varepsilon]dx_1\ldots dx_n \qquad (3.1)$$

$$1[z] = \begin{cases} 0, \; z \le 0 \\ 1, \; z > 0 \end{cases}$$ – функция Хевисайда

$$P_{n,1}(\varepsilon) = (1-(n-1)\varepsilon)^n, \qquad 0 < \varepsilon < 1/(n-1). \qquad (3.2)$$

$$\left(\prod_{j=1}^{l} 1[x_r - \alpha_j]\right)\left(\prod_{i=1}^{m} 1[\beta_i - x_r]\right) = \sum_{j=1}^{l}\sum_{i=1}^{m} 1[x_r - \alpha_j]1[\beta_i - x_r]\left\{1[\beta_i - \alpha_j]\left(\prod_{\substack{q=1\\q\neq j}}^{l} 1[\alpha_j - \alpha_q]\right)\left(\prod_{\substack{s=1\\s\neq i}}^{m} 1[\beta_s - \beta_i]\right)\right\} \qquad (3.3)$$

Результаты программного расчета частных вероятностных формул, описывающих инварианты случайного точечного изображения

Таблица 1. Программно рассчитанная вероятностная формула $P_{n,k}(\varepsilon)$ при *n* = 9 и *k* = 5.

N	K	Диапазон изменения ε	$P_{n,k}(\varepsilon)$
9	5	$0{,}5 < \varepsilon < 1$	$-42+504\varepsilon-2520\varepsilon^{2}+7056\varepsilon^{3}-12348\varepsilon^{4}+14112\varepsilon^{5}-10584\varepsilon^{6}+5040\varepsilon^{7}-$ $-1386\varepsilon^{8}+168\varepsilon^{9}$

Таблица 2. Программно рассчитанная вероятностная формула $P_{n,k}(\varepsilon)$ при *n* =13 и *k* = 2.

	$P_{n,2}(\varepsilon)$
n=13 ($0<\varepsilon<1/8$)	$1-858\varepsilon^{2}+12012\varepsilon^{3}+80080\varepsilon^{4}-3294720\varepsilon^{5}+30086628\varepsilon^{6}-62925720\varepsilon^{7}-$ $-909369747\varepsilon^{8}+607341600\varepsilon^{9}-34250637564\varepsilon^{10}+ 8277827280\varepsilon^{11}-$ $-54680029443\varepsilon^{12}-3365355508\varepsilon^{13}$
n=13 ($1/8<\varepsilon<1/7$)	$104\varepsilon-5850\varepsilon^{2}+158444\varepsilon^{3}-2848560\varepsilon^{4}+38877696\varepsilon^{5}-419752476\varepsilon^{6}+ +3535787112\varepsilon^{7}-$ $22501646739\varepsilon^{8}+104573017120\varepsilon^{9}-$ $-341340799228\varepsilon^{10}+738292725456\varepsilon^{11}-948033227011\varepsilon^{12}+ +546390458380\varepsilon^{13}$
n=13 ($1/7<\varepsilon<1/6$)	$-143+11440\varepsilon-417846\varepsilon^{2}+9241804\varepsilon^{3}-138278855\varepsilon^{4}+ 1479488868\varepsilon^{5}-$ $-11654720220\varepsilon^{6}+68485295736\varepsilon^{7}-300346819344\varepsilon^{8}+971335553760\varepsilon^{9}-$ $-2252457979200\varepsilon^{10}+ 3547733904000\varepsilon^{11}-3402622080000\varepsilon^{12}+ +1501156800000\varepsilon^{13}$

Использование параллельных вычислений

Алгоритм, выполняющий многомерное интегрирование
по областям, ограниченным системой гиперплоскостей в *n*-мерном пространстве,
реализован на вычислительном кластере ИВЦ НГУ

Операционная система - SUSE Linux Enterprise Server 11
Производительность - 5447.7 Гфлопс
96 узлов **HP BL2x220c G7** (Два 6-ядерных Intel Xeon X5670)
96 узлов **HP BL2x220c G6** (Два 4-ядерных Intel Xeon E5540)
64 узла **HP BL460c G1** (Два 4-ядерных Intel Xeon 5355)

Свидетельство о Государственной регистрации программы для ЭВМ «АПП-МНИТ», Роспатент, №2013612764.

Установленные с применением средств компьютерной алгебры и параллельного программирования общие аналитические зависимости, характеризующие инварианты случайного точечного изображения

$$P_{n,2}(\varepsilon) = \begin{cases} (C_{2m}^{m} - C_{2m}^{m-1})(1-(m-1)\varepsilon)^{2m} - \{(1-m\varepsilon)^{m+2}(1-(m-2)\varepsilon)^{m-4} \times \\ \times [C_{2m}^{m-2}(1-(m-2)\varepsilon)^2 - 2C_{2m}^{m-3}(1-m\varepsilon)(1-(m-2)\varepsilon) + C_{2m}^{m-4}(1-m\varepsilon)^2]\}, \qquad n = 2m; \\ \\ (1-m\varepsilon)^{m+1}(1-(m-1)\varepsilon)^{m-2} \times [C_{2m+1}^{m+1}(1-(m-1)\varepsilon)^2 - \\ -2C_{2m+1}^{m+2}(1-m\varepsilon)(1-(m-1)\varepsilon) + C_{2m+1}^{m+3}(1-m\varepsilon)^2], \qquad n = 2m+1. \end{cases} \tag{6.1}$$

$$\frac{1}{m+1} < \varepsilon < \frac{1}{m}$$

Установленные с применением средств компьютерной алгебры и параллельного программирования общие аналитические зависимости, характеризующие инварианты случайного точечного изображения (продолжение)

$$P_{n,n-1}(\varepsilon)=1-\varepsilon^{n}-n\varepsilon^{n-1}(1-\varepsilon) \qquad (7.1)$$

$$P_{n,n-2}(\varepsilon)=\begin{cases}1-C_n^2\varepsilon^{n-2}(1-\varepsilon)^2-2\varepsilon^n, & 0\le\varepsilon\le 1/2;\\ 1-C_n^2\varepsilon^{n-2}(1-\varepsilon)^2-2\varepsilon^n+(2\varepsilon-1)^n, & (1/2)\le\varepsilon\le 1\end{cases} \qquad (7.2)$$

$$\underset{n>6}{P_{n,n-3}(\varepsilon)}=\begin{cases}1-2\varepsilon^n+C_n^1(6\varepsilon^n-4\varepsilon^{n-1})+C_n^2(-3\varepsilon^n+\varepsilon^{n-2})+\\ +C_n^3(9\varepsilon^n-18\varepsilon^{n-1}+12\varepsilon^{n-2}-3\varepsilon^{n-3}), & 0\le\varepsilon\le 1/2;\\ 1-2\varepsilon^n+(2\varepsilon-1)^n-2C_n^1(1-\varepsilon)(\varepsilon^{n-1}-(2\varepsilon-1)^{n-1})+\\ +C_n^2(1-\varepsilon)^2(\varepsilon^{n-2}+(2\varepsilon-1)^{n-2})-3C_n^3\varepsilon^{n-3}(1-\varepsilon)^3, & (1/2)\le\varepsilon\le 1\end{cases} \qquad (7.3)$$

Institute of Automation and Electrometry

Заключение

Предложена новая методика оценивания точечных изображений на наличие в них аномальных сгущений (разряжений), которая основана на сравнении характеристик обрабатываемого потока с заранее рассчитанными теоретическими стандартами, соответствующими ансамблю случайных точечных изображений.

С применением средств компьютерной алгебры и параллельного программирования получены новые и ранее неизвестные вероятностные соотношения, являющиеся инвариантами случайного точечного изображения.

Для нахождения частных решений возникающей вероятностной задачи разработана и программно реализована оригинальная схема эквивалентного перевода исходного интегрального выражения к сумме повторных интегралов с уже расставленными пределами интегрирования.
Все программные расчеты выполнены на высокоскоростном вычислительном кластере Новосибирского государственного университета.

Благодарности. Настоящая работа поддержана Министерством науки и высшего образования Российской Федерации (проект № 124041700103-1).

Спасибо за внимание!